



## Estudo de Caso de Uma Missão Espacial de Geolocalização Formada por Três Satélites *CubeSats*

Leonardo Moreira dos Santos<sup>1</sup>, Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado<sup>2</sup>,  
Willer Gomes dos Santos<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil  
Mestrando PG-ETE / Mecânica Espacial e Controle - CMC.

<sup>2</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil  
Orientador de Mestrado / Divisão de Mecânica Espacial e Controle

<sup>3</sup>Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil  
Coorientador de Mestrado / Departamento de Sistemas Aeroespaciais

leonardo.santos@inpe.br

---

**Resumo.** Nos últimos anos, o emprego de pequenos satélites em missões espaciais mostra-se cada vez mais comum e financeiramente viável. Diversas pesquisas mostram os benefícios da substituição de grandes satélites por uma formação de pequenos satélites capazes de cumprir os mesmos objetivos. Missões de geolocalização que utilizam pequenos satélites, como a missão ITASAT-2, necessitam que as configurações da formação em voo sejam escolhidas de forma que o sistema de geolocalização apresente a precisão necessária ao mesmo tempo que os demais objetivos da missão sejam cumpridos. Dessa forma, este trabalho buscará estudar um possível cenário para uma missão de geolocalização, fazendo uso do estudo da dinâmica do movimento relativo do sistema e de um algoritmo de geolocalização baseado no método TDOA. Espera-se, com isso, ser capaz de avaliar o desempenho do processo para diferentes níveis de incertezas associadas aos ruídos de medição, possibilitando um estudo mais complexo e detalhado do tema.

---

**Palavras-chave:** Formação em Voo; *CubeSats*; Geolocalização.

### 1. Introdução

Atualmente, pequenos satélites têm despertado o interesse de muitos pesquisadores e profissionais da área aeroespacial. Isso é evidenciado pelo crescente número de projetos de pequenos satélites desenvolvidos ao redor do mundo por inúmeros centros de pesquisa e instituições acadêmicas, governamentais e comerciais.

Esse interesse evidente em torno da pesquisa e desenvolvimento de pequenos satélites se deve à convergência de vários fatores, como a miniaturização de várias tecnologias, a necessidade de plataformas de resposta rápida para aplicações ligadas à mitigação de desastres e ao gerenciamento de crises, o deslumbramento pelo lançamento em órbita de satélites de desenvolvimento próprio e as mudanças econômicas no setor espacial [SHIROMA et al., 2011].

Outro fator importante que vem tornando o estudo de pequenos satélites prioritário nos dias de hoje é a grande redução dos custos de desenvolvimento quando comparados aos



satélites convencionais, que são maiores, mais pesados e, em vezes, mais complexos. Dessa forma, as despesas relacionadas a materiais, mão-de-obra capacitada e combustível para lançamento podem ser drasticamente reduzidas. Outro aspecto favorável consiste na substituição de um satélite grande e convencional por formações em voo de pequenos satélites, que implica uma menor suscetibilidade a falhas do sistema, visto que um satélite pode assumir a função de qualquer outro da rede que deixa de funcionar por algum motivo.

Quanto à classificação, um satélite é considerado pequeno quando sua massa total, considerando o combustível, é inferior a 500 kg. Tipicamente, essa classificação de acordo com a massa é dada conforme a Tabela 1.

**Tabela 1. Classificação de Satélites. [Fonte: Konecny, 2004]**

<b>Classificação</b>	<b>Massa Total (kg)</b>
Grandes Satélites	> 1000
Médios Satélites	500 – 1000
Mini Satélites	100 – 500
Micro Satélites	10 – 100
Nano Satélites	1 – 10
Pico Satélites	0,1 – 1
Femto Satélites	< 0,1

Uma classe de nano satélites largamente utilizada são os *CubeSats*, satélites configurados a partir de uma unidade padronizada de aproximadamente 10cm x 10cm x 10cm [KONECNY, 2004]. Essa unidade padronizada é denominada 1U. Os *CubeSats* são frequentemente configurados em tamanhos variados que correspondem a 1,5U, 2U, 3U, 6U, 8U e até mesmo 12U.

Já a formação em voo pode ser definida como o conjunto formado por mais de um satélite em que os estados dinâmicos são acoplados por meio de uma lei de controle em comum [ALFRIEND *et al.*, 2010].

As formações em voo possuem diversas aplicações no ramo espacial, como em missões que envolvem a observação da Terra, análises por interferometria, serviços em órbita, explorações do espaço profundo, imageamento por radar de abertura sintética (SAR) e geolocalização de fontes eletromagnéticas na superfície terrestre.

No que diz respeito à geolocalização e suas técnicas, são dadas diversas aplicações importantes e que ocorrem em diferentes ramos, tais como em aplicações de radar, sonar e comunicações móveis, na identificação de pessoas em emergência e resgate, em tecnologias direcionadas à mineração e agricultura, entre outros.

Um sistema de geolocalização é constituído por três componentes principais, que são [SANTOS, 2019]: o domínio ou sistema de referência de coordenadas de tempo e espaço; o ambiente, que é o conjunto de propriedades físicas locais ou globais do meio de operação e; a metodologia que é adotada para o sistema.

Para o desenvolvimento do sistema de geolocalização de uma missão, faz-se necessário, sobretudo, determinar as configurações mais adequadas para formação em voo dos satélites que a compõem. Dessa forma, este trabalho busca realizar um estudo de caso, a partir de simulações computacionais, da dinâmica do movimento relativo da formação em voo de três *CubeSats* e de seu processo de geolocalização de uma fonte eletromagnética na superfície da Terra na presença de ruídos de medição.



Este estudo de caso faz parte da dissertação de Mestrado do autor, que visa elaborar uma base de resultados, a partir de várias simulações, que levará em conta diversas possibilidades de configurações. Dessa maneira, será possível colaborar com as equipes de desenvolvimento de missões compostas por uma formação em voo de três *CubeSats* e que possuam sistemas de geolocalização, como é o caso da missão ITASAT-2 do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Os resultados que serão obtidos servirão como uma ferramenta de auxílio para a determinação da configuração mais adequada para a formação, de forma que se atinja uma precisão de geolocalização desejada ao mesmo tempo em que os demais requisitos e objetivos da missão sejam atendidos.

## 2. Metodologia

Os tópicos a seguir fazem parte do referencial teórico utilizado para o desenvolvimento do presente estudo.

### 2.1. A Dinâmica Relativa Não Linear do Sistema

A dinâmica do sistema é representada pelo conjunto das equações que descrevem seu comportamento no tempo. Esse conjunto de equações é conhecido como modelo matemático do sistema.

Uma missão que envolve alguma configuração de formação em voo exige que seja conhecida a dinâmica relativa do sistema. Considerando, agora, uma missão que se propõe a realizar atividades de geolocalização, como a missão ITASAT-2, torna-se imprescindível o conhecimento da dinâmica não linear relativa do sistema.

#### 2.1.1. Equações do Movimento Relativo Para o Caso Não Perturbado

Será considerado, inicialmente, o caso não perturbado de dois satélites orbitando um mesmo primário, como mostra a Figura 1.

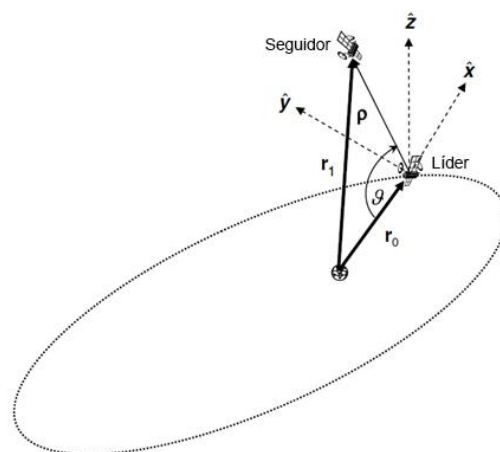


Figura 1. Sistema de Coordenadas de *Euler-Hill* – LVLH. [Fonte: adaptado de ALFRIEND *et al.*, 2010]

O referencial apresentado na Figura 1 adota a abordagem líder/seguidor. As componentes do movimento relativo são obtidas a partir da abordagem clássica do problema dos dois corpos e são dadas no sistema de coordenadas LVLH (*Local-Vertical-Local-Horizontal*) conforme as Equações (1) [ALFRIEND *et al.*, 2010].



$$\begin{aligned}
 \ddot{x} - 2\dot{\theta}_0\dot{y} - \ddot{\theta}_0 y - \dot{\theta}_0^2 x &= -\frac{\mu(r_0 + x)}{\left[(r_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} + \frac{\mu}{r_0^2} \\
 \ddot{y} + 2\dot{\theta}_0\dot{x} + \ddot{\theta}_0 x - \dot{\theta}_0^2 y &= -\frac{\mu y}{\left[(r_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} \\
 \ddot{z} &= -\frac{\mu z}{\left[(r_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} \\
 \ddot{r}_0 &= r_0 \dot{\theta}_0^2 - \frac{\mu}{r_0^2}, \quad \ddot{\theta}_0 = -\frac{2\dot{r}_0 \dot{\theta}_0}{r_0}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Em que:

- $(x, y, z)$  são as componentes da posição relativa entre os satélites;
- $r_0$  é a distância relativa entre o satélite líder e o corpo primário;
- $\dot{\theta}_0$  é a velocidade angular orbital do satélite líder no sistema de coordenadas LVLH com relação ao sistema inercial;
- $\mu$  é a constante de gravitação do corpo primário.

### 2.1.2. Condição de Correspondência de Energia

Para garantir que a órbita relativa da formação em voo seja periódica, deve-se considerar a condição de correspondência de energia. Para isso, determinam-se as condições iniciais capazes de satisfazer a Equação (2) [ALFRIEND *et al.*, 2010].

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \left\{ \left[ \dot{x}(0) - \dot{\theta}_0(0)y(0) + \dot{r}_0(0) \right]^2 + \left[ \dot{y}(0) + \dot{\theta}_0(0)(x(0) + r_0(0)) \right]^2 + \dot{z}^2(0) \right\} \\
 - \frac{\mu}{\sqrt{(r_0(0) + x(0))^2 + y^2(0) + z^2(0)}} = -\frac{\mu}{2a_0}
 \end{aligned} \tag{2}$$

Em que  $a_0$  é o semieixo maior da órbita do satélite líder.

Na prática, essa condição não pode ser satisfeita exatamente, devido a erros de inicialização. Para compensar esse erro, o satélite seguidor deve realizar manobras de correção.

Essas correções são feitas nas componentes da velocidade relativa, utilizando-se o sistema de propulsão. A Equação (3) apresenta as variações necessárias nas componentes da velocidade para que o consumo de combustível seja otimizado durante a manobra [ALFRIEND *et al.*, 2010].

$$\frac{\Delta v_x}{v_x^-} = \frac{\Delta v_y}{v_y^-} = \frac{\Delta v_z}{v_z^-} = -1 + \frac{1}{v_1^-} \sqrt{\frac{\mu(2a_0 - r_1)}{a_0 r_1}} \tag{3}$$



Na equação (3),  $\Delta v_x$ ,  $\Delta v_y$  e  $\Delta v_z$  são as variações nas componentes devido à manobra de correção,  $v_x^-$ ,  $v_y^-$  e  $v_z^-$  são as componentes da velocidade relativa no instante anterior à correção,  $v_1^-$  é a velocidade relativa no instante anterior à correção e  $r_1$  é a distância do satélite seguidor ao centro do corpo primário, conforme a Figura 1.

## 2.2. Geolocalização

Missões de geolocalização são compostas por no mínimo 3 veículos em formação para que os erros associados aos resultados permaneçam dentro de um intervalo aceitável. Na formação, os satélites encontram-se em diferentes posições e possuem velocidades distintas. Dessa forma, ocorrem pequenos atrasos de tempo na recepção – devido às distâncias relativas – e leves alterações na frequência do sinal que é recebido por cada satélite – devido ao efeito *Doppler*. As técnicas de geolocalização buscam explorar esses fenômenos físicos na localização de emissores de sinais eletromagnéticos na superfície terrestre [GURFIL *et al.*, 2012]. Essas técnicas utilizam o sistema de coordenadas geocêntrico descrito na Figura 2 e o fato de que a altitude do emissor com relação à superfície da Terra é conhecida.

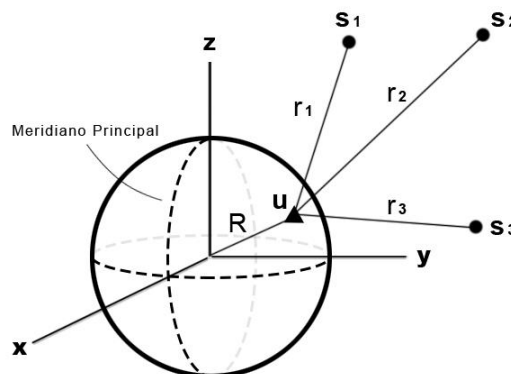


Figura 2. Configuração do Problema no Sistema de Coordenadas Geocêntrico. [Fonte: adaptado de HO e CHAN, 1997].

Na Figura 2,  $u$  é a posição do emissor,  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$  são as posições dos satélites da formação,  $R$  é a distância do emissor ao centro da Terra e  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  são as distâncias relativas entre cada satélite e o emissor, conforme a Equação (4) [HO e CHAN, 1997].

$$r_i \equiv |\vec{s}_i - \vec{u}| \equiv \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

$$\vec{s}_i \equiv [x_i, y_i, z_i]^T, \quad \vec{u} \equiv [x, y, z]^T$$

### 2.2.1. O Algoritmo de Geolocalização pelo Método TDOA

O método TDOA (*Time Difference of Arrival*) de geolocalização utiliza os atrasos no tempo de recepção do sinal entre ao menos três satélites para determinar as suas distâncias relativas e, conseqüentemente, a posição espacial do emissor [GURFIL *et al.*, 2012]. Para isso, cada medida de TDOA é traduzida à equação de um hiperboloide. Com a distância do



emissor ao centro da Terra previamente conhecida, torna-se possível determinar sua posição espacial. A Equação (5) representa a relação existente entre as distâncias relativas e as medidas de TDOA [HO e CHAN, 1997].

$$r_{i,1} \equiv cd_{i,1} = r_i - r_1, \quad i = 2, 3. \quad (5)$$

Em que:

- $r_{i,1}$  são as distâncias relativas;
- $c$  é a velocidade de propagação do sinal do emissor;
- $d_{i,1}$  são as medidas de TDOAs.

Na prática, esses valores de TDOAs são afetados pelo ruído do processo de medição. Para avaliar a precisão da geolocalização, esse ruído pode ser modelado conforme a Equação (6) [HO e CHAN, 1997].

$$\vec{d} = \vec{d}^0 + \Delta\vec{d}, \quad E[\Delta\vec{d}] = \mathbf{0}, \quad E[\Delta\vec{d}\Delta\vec{d}^T] = \mathbf{Q}_t \quad (6)$$

Na Equação (6),  $\vec{d} = [d_{2,1}, d_{3,1}]^T$  é o vetor de TDOAs e  $\mathbf{Q}_t$  é a matriz  $2 \times 2$  de covariância dos erros de medição.

Considerar a Terra esférica no algoritmo de geolocalização proporciona uma solução acurada quando o emissor está em regiões próximas do equador. Porém, conforme a localização do emissor se aproxima dos polos, ou seja, a latitude aumenta, os erros tornam-se cada vez maiores. Para resolver esse problema, adota-se o modelo da Terra não esférica com os parâmetros apresentados nas Equações (7) [HO e CHAN, 1997].

$$\begin{aligned} r_e &= 6378,137 \text{ km}, \quad r_p = r_e \sqrt{1-e^2}, \quad e = 0,0818191908426214957 \\ x &= (\gamma + h) \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ y &= (\gamma + h) \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ z &= [(1-e^2)\gamma + h] \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (7)$$

Em que:

- $h$  é a altitude do emissor com relação à superfície da Terra;
- $\gamma \equiv \frac{r_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2(\alpha)}}$ ;
- $\alpha$  é a latitude geodésica.

O algoritmo de geolocalização pelo método TDOA inicia-se pela determinação de  $r_1$  a partir do sistema matricial representado na Equação (8) [HO e CHAN, 1997].



$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} &= [\mathbf{G}_1]^{-1} [\mathbf{h}_1] \\ [\mathbf{G}_1]_{3 \times 3} &\equiv -2 \begin{bmatrix} \vec{s}_1^T \\ \vec{s}_2^T - \vec{s}_1^T \\ \vec{s}_3^T - \vec{s}_1^T \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{h}_1]_{3 \times 1} \equiv \begin{bmatrix} -r^2 - \vec{s}_1^T \vec{s}_1 & 0 & 1 \\ r_{2,1}^2 - \vec{s}_2^T \vec{s}_2 + \vec{s}_1^T \vec{s}_1 & 2r_{2,1} & 0 \\ r_{3,1}^2 - \vec{s}_3^T \vec{s}_3 + \vec{s}_1^T \vec{s}_1 & 2r_{3,1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \\ r_1^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

O sistema da Equação (8) origina um polinômio de quarta ordem em  $r_1$ . As raízes reais e positivas são consideradas, sendo que a solução para o problema de geolocalização é a raiz que satisfaz a igualdade apresentada pela Equação (9) [HO e CHAN, 1997].

$$\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{u}} = (\gamma + h)^2, \quad [\mathbf{P}]_{3 \times 3} \equiv \text{diag} \left\{ 1, 1, \frac{(\gamma + h)^2}{[(1 - e^2)\gamma + h]^2} \right\} \quad (9)$$

A solução exige que a matriz  $\mathbf{G}_1$  seja inversível e os três satélites estejam suficientemente espaçados para eliminar problemas de condicionamento. A matriz covariância de  $\bar{\mathbf{u}}$  é dada pela Equação (10) [HO e CHAN, 1997].

$$\begin{aligned} \text{cov}(\bar{\mathbf{u}})_{3 \times 3} &= c^2 \mathbf{H}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_t & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{H}^{-T} \\ [\mathbf{H}]_{3 \times 3} &\equiv - \begin{bmatrix} \frac{(\vec{s}_2 - \vec{u}^0)^T}{r_2^0} - \frac{(\vec{s}_1 - \vec{u}^0)^T}{r_1^0}, & \frac{(\vec{s}_3 - \vec{u}^0)^T}{r_3^0} - \frac{(\vec{s}_1 - \vec{u}^0)^T}{r_1^0}, & \vec{u}^{0T} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (10)$$

Em que  $\vec{u}^0$  é a posição do emissor estimada pelas Equações (8) e (9) e  $r_i^0$  com  $i = 1, 2, 3$  são distâncias dos satélites ao emissor com base no vetor  $\vec{u}_0$ . A posição do emissor é dada, finalmente, pela Equação (11) [HO e CHAN, 1997].

$$\bar{\mathbf{u}} = \vec{u}^0 \pm \Delta \bar{\mathbf{u}} \quad (11)$$

Na Equação (11),  $\Delta \bar{\mathbf{u}}$  é o vetor de desvios padrões que é formado pela raiz quadrada dos elementos da diagonal principal da matriz de covariância de  $\bar{\mathbf{u}}$ . A precisão do algoritmo de geolocalização pelo método TDOA aproxima-se bastante do limite inferior de Cramer-Rao, que é a melhor precisão que algum estimador pode alcançar [HO e CHAN, 1997].

### 3. Resultados e Discussão

Para este estudo de caso, adotou-se as configurações iniciais apresentadas pela Tabela 2. Com isso, foi possível avaliar a dinâmica relativa da formação e a precisão obtida no processo de geolocalização. A fonte emissora a ser localizada está na cidade de São José dos Campos (latitude = 23,1789° S e longitude = 45,8869° O) com altitude nula em relação à superfície da Terra nessas coordenadas.

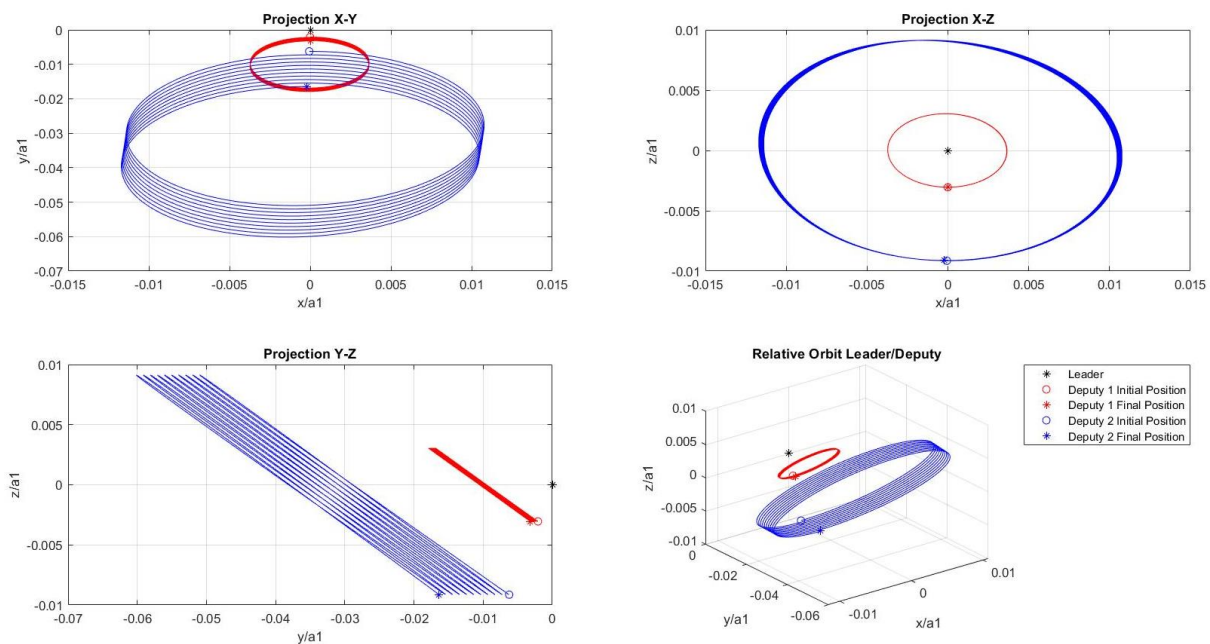


**Tabela 2. Configuração Inicial da Formação Simulada.**

Símbolo	Valor	Unidade	Descrição
$s_{12}$	$\approx 25$	km	Distância relativa entre o líder e o seguidor 1
$s_{23}$	$\approx 50$	km	Distância relativa entre os seguidores
$a_1, a_2, a_3$	6778,2	km	Semi Eixo maior das órbitas (altitude = 400 m)
$e_1, e_2, e_3$	0	-	Excentricidade das órbitas
$i_1, i_2, i_3$	55	deg	Inclinação das órbitas
$\omega_1, \omega_2, \omega_3$	0	deg	Argumento do Perigeu das órbitas
$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$	0	deg	Ascensão Reta do Nodo Ascendente das órbitas
$M_1$	0	deg	Anomalia Média do líder
$M_2$	-0,2113	deg	Anomalia Média do seguidor 1
$M_3$	-0,6340	deg	Anomalia Média do seguidor 2

A simulação foi feita para um tempo correspondente a 10 períodos orbitais, sendo que, após o primeiro período de simulação, foi aplicada uma manobra de correção nos satélites seguidores para garantir a condição de correspondência de energia. Essa correção elimina a deriva nas posições relativas que ocorrem a cada novo período orbital (775 m para o seguidor 1 e 6.9 km para o seguidor 2). As Figuras 3 e 4 apresentam as projeções das órbitas relativas da formação na ausência e na presença da manobra de correção (as posições absolutas foram normalizadas em relação à  $a_1$  para facilitar o entendimento).

Uma alternativa para alcançar essa condição periódica seria adotar configurações iniciais diferentes, de forma que a relação de correspondência de energia fosse satisfeita desde o instante  $t = 0$ .



**Figura 3. Projeções das Órbitas Relativas na Ausência da Manobra de Correção.**



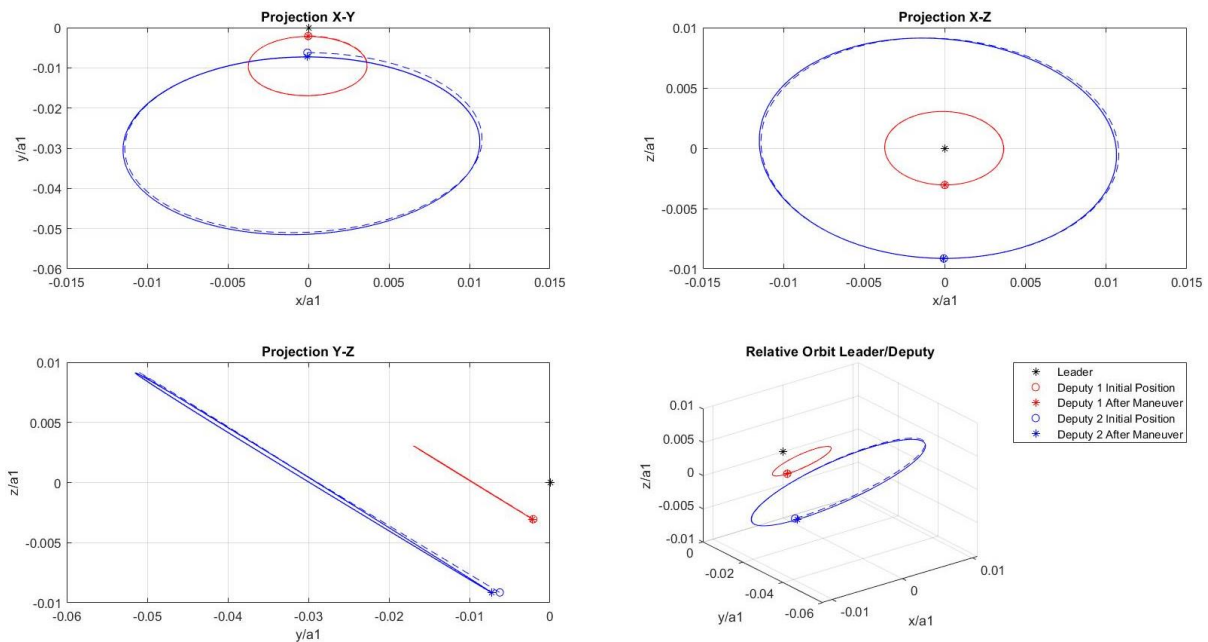


Figura 4. Projeções das Órbitas Relativas na Após a Manobra de Correção.

A precisão do processo de geolocalização foi avaliada para variados ruídos nas medidas de TDOA. A Figura 5 apresenta, em escala logarítmica de decibel, a curva ajustada da variação da precisão de localização da fonte emissora ( $\sigma_{Localization}$  em quilômetros) para diferentes potências de ruído do sinal do emissor. Para a simulação, adotou-se  $c = 3 \times 10^5$  km/s e variou-se  $\sigma_{TDOA}$  de  $10^{-10}$  segundos a  $10^{-6}$  segundos.

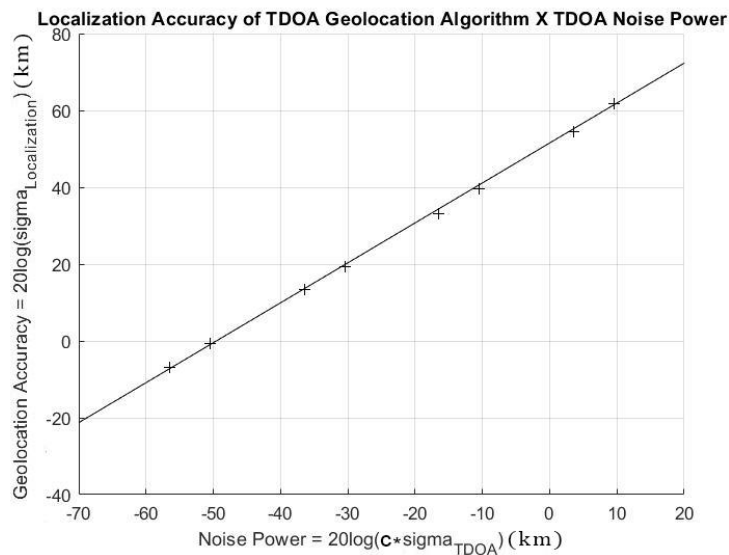


Figura 5. Precisão de Localização do Algoritmo versus Potência de Ruído.



Pelas simulações, observou-se que para potências acima de  $20\text{ dB}$ , a precisão da localização obtida pelo algoritmo desvia-se da curva, evidenciando o valor limite aceitável de ruído para utilização da metodologia adotada neste estudo.

#### 4. Conclusão

A partir dos resultados obtidos, conclui-se que este estudo alcançou os objetivos iniciais estabelecidos. Foi possível avaliar a dinâmica da formação em voo para as configurações adotadas, bem como a precisão obtida com o uso do algoritmo de geolocalização pelo método TDOA e o limite aceitável para que o método seja viável.

Ressalta-se que ainda não foram consideradas as perturbações orbitais e os erros de inicialização neste primeiro estudo de caso, logo, não foram necessárias novas manobras para correção da formação no instante que corresponde ao segundo período orbital. Apesar disso, as simulações realizadas mostraram-se satisfatórias, pois permitiram uma melhor compreensão da metodologia e apresentaram novos caminhos possíveis para que os objetivos finais da dissertação de Mestrado sejam alcançados.

#### Referências

- ALFRIEND, K. T., et al. Spacecraft Formation Flying: dynamics, control and navigation. Elsevier Astrodynamics Series, Elsevier, 2010.
- GURFIL, P., et al. The SAMSON Project – Cluster Flight and Geolocation with Three Autonomous Nano-satellites. 26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, SSC12-VII-2, 2012.
- HO, K. C.; CHAN, Y. T. Geolocation of a Known Altitude Object From TDOA and FDOA Measurements. IEEE transactions on aerospace and electronic systems. v. 33, n. 3, 1997.
- KONECNY, G. Small Satellites – A Tool For Earth Observation?. University of Hannover. Hannover, Germany, 2004.
- SANTOS, W. G. ITASAT-2: Geolocalização. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2019.
- SHIROMA, W. A. et al. CubeSats: A Bright Future for Nanosatellites. Central European Journal of Engineering, Honolulu, Hawaii, USA, p. 9-15, 3 mar. 2011.